Partie 1

PROPOSITIONS	COMMENTAIRES
Analyse Les notions d'espace topologique, d'espace métrique et le vocabulaire topologique associé sont en dehors du programme du concours. La notion d'espace vectoriel normé ne figure pas au programme de cette première partie. Dans ce qui suit **R** désigne le corps des réels, **Q** celui des rationnels et **C** celui des complexes. **1 - Les nombres réels** Propriétés des nombres réels Relation d'ordre, partie entière, valeur absolue, intervalles (ouverts, fermés, semi-ouverts), majorations et minorations, borne supérieure et inférieure. Les candidats doivent connaître la propriété "une partie non vide et majorée de **R** admet une borne supérieure" et savoir l'utiliser à bon escient (suites monotones et adjacentes, en particulier). Suites de nombres réels Définition d'une suite de réels, d'une suite extraite. Définition d'une suite convergente et de sa limite. **R**-algèbre des suites convergentes et opérations algébriques sur les limites. Comparaisons (notations O et o , équivalence). Définition d'une suite de Cauchy. Une suite de nombres réels est convergente si et seulement si elle est de Cauchy (le "si" est admis). Densité de **Q** dans **R** et approximation décimale. Théorème de Bolzano-Weierstrass.	Aucun procédé de construction de **R** n'est exigible des candidats. L'existence de **R**, le théorème de la borne supérieure et la densité de **Q** dans **R** sont considérés comme des résultats admis. Les notions de limite sup et de limite inf ne sont pas au programme. La démonstration du théorème de Bolzano-Weierstrass n'est pas exigible des candidats.
2 – Fonctions réelles d'une variable réelle Propriétés locales Limite en un point $a \in$ **R** et en $\pm\infty$, limites à droite et à gauche. Continuité en un point $a \in$ **R**. Opérations algébriques sur les limites, limite d'une fonction composée. Relations de comparaison, équivalence et développements limités. Fonctions continues sur un intervalle **R**-algèbre $C(I)$ des fonctions continues sur un intervalle I. Continuité d'une fonction composée, continuité de $\|f\|$. L'image continue d'un intervalle est un intervalle et l'image continue d'un segment est un segment (les deux résultats sont admis). Une application $f \in C(I)$ est bijective si et seulement si elle est monotone, son application réciproque est alors continue sur $f(I)$. Calcul différentiel Dérivée en un point, dérivées à droite et à gauche. Opérations algébriques sur les dérivées. Dérivée d'une fonction composée. Fonction dérivée d'une fonction définie sur un intervalle. Dérivée d'une fonction réciproque. **R**-algèbre $C^p(I)$ des fonctions de classe C^p sur un intervalle I. Théorème de Rolle ; théorème des accroissements finis et applications usuelles. Formule de Taylor-Lagrange à l'ordre p pour une fonction de classe C^{p+1}. Formule de Taylor-Young à l'ordre p pour une fonction de classe C^p et calcul du développement limité à l'ordre p en un point $a \in I$ d'une fonction de $C^p(I)$. Intégration Définition de l'intégrale d'une fonction en escalier sur un segment. Fonctions continues par morceaux. Définition de l'intégrale d'une fonction continue par morceau sur un segment. Linéarité, monotonie et relation de Chasles. Relation : $\left\|\int_a^b f(t)dt\right\| \leq \int_a^b \|f(t)\| dt$ pour les fonctions continues. Le théorème suivant : "Une fonction continue et positive, définie sur un segment $[a,b]$, est nulle si et seulement si son intégrale est nulle" doit être connu. Primitive d'une fonction continue. Intégration par parties des fonctions de classe C. Changement de variable. Formule de Taylor-Lagrange avec reste intégral. Primitives des fractions rationnelles.	La notion de continuité uniforme n'est pas au programme du concours. La définition générale d'une fonction intégrable au sens de Riemann n'est pas au programme. Dans les épreuves du concours, les pôles seront au plus, d'ordre 2.

Intégrales généralisées absolument convergentes Définition de l'intégrale, sur un intervalle quelconque, d'une fonction continue par morceaux ; théorème de comparaison, équivalents. Définition d'une fonction continue absolument intégrable à valeurs réelles et définition de son intégrale généralisée. Changement de variable dans les intégrales généralisées de fonctions absolument intégrables. Applications Discussion d'une équation $f(x)=0$, et résolution approchée (par la méthode de Newton, par dichotomie). Étude de suites récurrentes : $u_{n+1}=f(u_n)$. Approximation de l'intégrale d'une fonction continue par ses sommes de Riemann et interprétation géométrique de l'intégrale. Calcul approché d'une intégrale par la méthode des trapèzes. Comportement (dérivées, primitives, représentation graphique, utilisations des développements limités) des fonctions Ln, sin, cos, tan et de leurs réciproques, des fonctions sinh, cosh, tanh, des polynômes et des fractions rationnelles et des fonctions du type : $x \in]0, +\infty[\mapsto x^{\alpha}$. Croissances comparées et nature des intégrales généralisées - là où elles sont définies - des fonctions , $x^{\alpha}, (Lnx)^{\alpha}, e^{\alpha x}$ et de leurs produits.	L'étude de la semi-convergence n'est pas un objectif du programme (peut-être réservé aux mathématiques *)
3 - Nombres complexes Corps **C** des complexes : les nombres complexes $x+iy$ sont les points (x,y) du plan Euclidien **R** x **R** sur lequel est défini, de plus, une multiplication. Définition de $e^{i\theta}=\cos(\theta)+i\sin(\theta)$, formules d'Euler et formule de Moivre. Définition de l'exponentielle d'un nombre complexe $e^{x+iy}=e^x e^{iy}$ et des fonctions associées (sin, cos, tan, sinh, cosh, tanh). Module et argument d'un nombre complexe. Résolution dans **C** de $z^n=a$, racines de l'unité. Suites de nombres complexes. Suite convergente et limite.	Toute autre construction de **C** est en dehors du programme du concours.
4 - Séries de nombres réels ou complexes Définition d'une série. Définition d'une série convergente et de sa somme. Séries absolument convergentes. Espace vectoriel des séries convergentes. Séries à termes réels positifs : séries de Riemann et série géométrique. Théorème de comparaison, règle de d'Alembert utilisant la limite usuelle. Convergence d'une série alternée dont la valeur absolue du terme général décroît vers 0 et majoration du reste.	Le théorème sur la série produit n'est pas au programme de cette partie. Aucune autre règle générale pour les séries à termes positifs n'est exigible des candidats. Aucun autre résultat sur les séries semi-convergentes n'est exigible des candidats.
5 - Équations différentielles Définition d'une solution de l'équation différentielle $y'=f(y,t)$ sur un intervalle I de **R** et interprétation graphique. Résolution de l'équation $a(t)y'+b(t)y=c(t)$, où (a, b, c) sont continues à valeurs dans **R**. Existence et unicité de la solution sur un intervalle I, pour une condition initiale donnée, si a ne s'annule pas sur I. Structure des solutions. Résolution de l'équation $ay''+by'+cy=f$, *avec* (a, b, c) constantes réelles dans le cas où f est de la forme P(t)exp(at) et dans le cas général : méthode de variation des constantes. Equation $ay''+by'+cy=f$, où (a,b,c,f) sont des fonctions continues sur l'intervalle I de **R** à valeurs réelles ou complexes, lorsque a ne s'annule pas sur I : structure des solutions, wronskien et expression générale des solutions quand on connaît une solution de l'équation homogène ne s'annulant pas sur I (l'existence et unicité de la solution du problème de Cauchy est admise). Résolution de l'équation $X'=AX+B(t)$ où A est une matrice carrée réelle ou complexe diagonalisable, à coefficients constants et B une fonction continue.	La méthode de variation des constantes pour mathématiques* uniquement.
6 - Séries entières de la variable réelle Définition d'une série entière $\sum a_n x^n$ de la variable réelle x associée à la suite de nombres réels a_n. Définition du rayon de convergence R. Règles de d'Alembert et	L'étude générale des suites et des séries de fonctions n'est pas au programme de cette partie.

de Cauchy. La somme est de classe C sur]–R, R [quand R >0 : intégration et dérivation termes à termes. Définition d'une fonction développable en série entière au voisinage d'un point $x_0 \in$ **R**. Développements en série entière des fonctions usuelles au voisinage d'un point x_0. Applications : utilisation du développement en série entière pour l'approximation de fonctions; emploi des séries entières dans la recherche de solutions d'équations différentielles linéaires à coefficients non constants.	
7 - Notions sur les fonctions de deux variables réelles à valeurs dans R ou R2. Coordonnées polaires et cylindriques Définition dela norme Euclidienne et de la norme sup sur $\mathbf{R}^2$: interprétation géométrique des boules et équivalence des deux normes. Définition d'un ouvert non vide & : réunion de disques ouverts. Définition d'une application continue en un point $a \in$ &. Espaces C^0(&,**R**) et C^0(&,$\mathbf{R}^2$). Définition d'une dérivée partielle. Définition d'une application de classe C^1 : application ayant des dérivées partielles qui, de plus, sont continues sur &. Pratique du calcul des dérivées partielles des fonctions composées. Définition du gradient dans le cas où l'espace image est **R** et interprétation géométrique. Définition d'un changement de variables dans $\mathbf{R}^2$. Définition des coordonnées polaires et extension aux coordonnées cylindriques. Pratique des changements de variables dans les calculs des dérivées partielles. Définition d'une application de classe C^k (&) (k ε 1) : application définie sur & dont toutes les dérivées partielles jusqu'à l'ordre k inclus sont continues. Théorème de Schwarz (admis) pour les applications de classe C^2(&).	Il s'agit essentiellement d'une pratique. Toutes les applications dont il est question ici sont définies sur un ouvert & de $\mathbf{R}^2$ à valeurs dans **R** ou $\mathbf{R}^2$. L'étude des normes de $\mathbf{R}^2$ n'est pas au programme de cette partie.
Algèbre **1 - Ensembles. Entiers naturels.** Algèbre des parties. Dénombrement. Arrangements, permutations et combinaisons. Notations $n!$, A^p_n et C^p_n (ou $\binom{p}{n}$). Triangle de Pascal. Notions d'arithmétique dans **Z**.	Les candidats doivent connaître le vocabulaire usuel sur les ensembles. Aucune connaissance sur la théorie axiomatique des ensembles et sur le calcul propositionnel n'est exigible des candidats. L'existence de **N** est admise. Aucune connaissance axiomatique concernant la construction de **N** n'est exigible des candidats. Aucune connaissance sur la construction de **Z**, de **Q** ou de **R** n'est exigible des candidats.
2 - Polynômes et fractions rationnelles Polynômes à une indéterminée sur K Définition de l'ensemble **K**[X] des polynômes à une indéterminée sur **K**, degré, valuation. Espace vectoriel $\mathbf{K}_n$[X] des polynômes de degré inférieur ou égal à n. Multiples et diviseurs d'un polynôme, division Euclidienne. Dérivation, formule de Taylor et ordre de multiplicité d'une racine. Théorème fondamental de d'Alembert-Gauss dans **C**[X](admis), polynômes irréductibles dans **C**[X] et **R**[X]. Décomposition d'un polynôme en produit de polynômes irréductibles. Application à la factorisation de $a+X^n$ dans **C**[X]. Fractions rationnelles sur **K** Définition de l'ensemble **K**(X) des fractions rationnelles sur **K**, degré, partie entière, parties polaires, pôle simple et multiple. Existence et unicité de la décomposition en éléments simples des fractions de **C**(X) sur **C**. Pratique de la décomposition en éléments simples sur **C** des fractions à pôles simples ou doubles, cas de $P(X)/(a+X^n)$. Pratique de la décomposition en éléments simples sur **R** des fractions de **R**(X).	Dans cette section **K** désigne **R** ou **C**. Aucune connaissance sur la construction de **K**[X] ou de **K**(X) n'est exigible des candidats. La notion de polynômes premiers entre eux et le théorème de Bezout ne sont pas exigibles des candidats, de même que la division selon les puissances croissantes. La démonstration de l'existence et de l'unicité de la partie polaire relative à un pôle n'est pas exigible des candidats.
3 - Espaces vectoriels et algèbre linéaire Définitions générales Définition d'un espace vectoriel, d'un sous espace, d'une application linéaire, d'un endomorphisme, d'un isomorphisme, d'un automorphisme, d'une forme linéaire. Définition de l'espace L(E,F) des applications linéaires de E dans F. Définition du noyau et de l'image d'une application linéaire. Définition d'une combinaison linéaire, d'un sous espace engendré par une partie, de la somme de deux sous espaces, de deux sous espaces supplémentaires. Définition d'une homothétie et caractérisation des projecteurs par la relation $p^2 = p$.	On ne considère ici que des espaces vectoriels sur **K** avec **K**=***R*** ou **K**=***C***. Sauf pour ce qui concerne les définitions générales, seuls les espaces de dimension finie sont au programme du concours.
Généralités sur les espaces de dimension finie Définition d'une famille libre, d'une famille liée, d'une famille génératrice, d'une base, d'un espace de dimension finie.	On pourra avoir recours à des applications usuelles en Géométrie dans le plan et l'espace

Invariance du nombre d'éléments d'une base et théorème de la base incomplète, sous-espaces et somme de sous-espaces, espaces $\mathbf{K}^n$, somme directe. Caractérisations des applications linéaires entre espaces de dimension finie. Formes linéaires : définition du dual et équation d'un hyperplan. Rang d'une famille de vecteurs, rang d'une application linéaire, théorème du rang et caractérisation des isomorphismes. Calcul matriciel Espace $M_{n,p}$ ($\mathbf{K}$) des matrices à n lignes et p colonnes à coefficients dans $\mathbf{K}$et produit matriciel. Algèbre M_n ($\mathbf{K}$), groupe GL_n ($\mathbf{K}$). Matrice d'une application linéaire entre deux espaces de dimension finie, isomorphisme entre $M_{n,p}$ ($\mathbf{K}$) et L(E,F), rang d'une matrice. Définition de la transposée d'une matrice, d'une matrice carrée symétrique ou antisymétrique. Matrice d'un endomorphisme sur une base, changements de base, matrices semblables. Trace d'une matrice carrée et relation : Tr (AB)=Tr (BA). Systèmes linéaires Discussion des systèmes linéaires : description de l'espace des solutions. Inversion et inversibilité d'une matrice carrée par la méthode du pivot et application à la résolution des systèmes de Cramer. Déterminants Notion de déterminant d'une matrice carrée (définition par récurrence) déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation d'une base, d'un isomorphisme, d'une matrice carrée inversible. Déterminant de la composée de deux endomorphismes, du produit de deux matrices carrées. Développement par rapport à une ligne ou une colonne, cofacteurs et matrice des cofacteurs, déterminant de la transposée d'une matrice carrée.	Le théorème de Rouché-Fontené, les notions de matrices bordantes et de déterminants caractéristiques ne sont pas exigibles des candidats. L'invariance de la parité de la décomposition d'une permutation en produit de transpositions est admise.
Réduction des endomorphismes et des matrices carrées Définition d'une valeur propre d'un endomorphisme, d'un vecteur propre associé d'un sous espace propre. Définition du polynôme caractéristique d'un endomorphisme, de la trace d'un endomorphisme. Ordre de multiplicité d'une valeur propre. Exemples classiques : homothéties, projecteurs, symétries. Définition d'un endomorphisme diagonalisable : l'espace est somme directe des sous espaces propres, caractérisation des endomorphismes diagonalisables : l'ordre de multiplicité d'une valeur propre est égale à la dimension du sous espace propre associé. Définition d'une valeur propre d'une matrice de M_n ($\mathbf{K}$) associée à un endomorphisme de $\mathbf{K}^n$, d'un vecteur propre associé et d'un sous espace propre. Polynôme caractéristique d'une matrice carrée et invariance par changements de base. Matrices diagonalisables et caractérisation des matrices diagonalisables.	Les candidats doivent savoir étudier une suite vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre n à coefficients constants et connaître la forme générale des solutions de $au_{n+2}+bu_{n+1}+cu_n=0$. Le théorème de Cayley-Hamilton n'est pas au programme. Les notions de polynôme annulateur et de polynôme minimal pour un endomorphisme ou une matrice ne sont pas au programme. La décomposition de Jordan n'est pas au programme. Aucun résultat spécifique à la trigonalisation n'est au programme.
4 - Espaces vectoriels Euclidiens. Produit scalaire et norme Euclidienne, sous espaces orthogonaux, bases orthonormales. Orientation et produit vectoriel. Projections orthogonales. Transformations orthogonales et matrices orthogonales. Toute matrice symétrique réelle, A, est diagonalisable sur $\mathbf{R}$ et $A=QD^TQ$, avec Q orthogonale (la démonstration de ce théorème n'est pas exigible des candidats). Angle de deux vecteurs dans le plan orienté et angle de deux vecteurs dans l'espace. Géométrie affine Euclidienne en dimensions 2 et 3 Distances, angles. Aire du parallélogramme et volume du parallélépipède. Définition d'une isométrie. Caractérisation des isométries directes du plan et de l'espace. Similitudes directes du plan : écriture à l'aide des complexes. Cercle et sphère.	

Probabilités Généralités Expérience aléatoire et univers Espaces probabilisés finis Probabilités conditionnelles Événements indépendants	On se limite au cas où cet univers est fini. Un espace probabilisé fini est un couple (Ω, P) où Ω est un univers fini et P une probabilité sur Ω.
Variables aléatoires sur un univers fini Variables aléatoires Lois usuelles Couples de variables aléatoires Variables aléatoires indépendantes Espérance Variance et écart type	L'utilisation des variables aléatoires pour modéliser des situations simples dépendant du hasard fait partie des capacités attendues des étudiants

Partie 2

Le programme de la partie II complète celui de la partie I pour l'épreuve de mathématique*. Ainsi, le programme de la partie II est constitué de l'ensemble du programme de la partie I augmenté d'un programme spécifique qui est détaillé ci-après

Analyse **1 - Espaces vectoriels normés sur K avec K=R ou K=C . Généralités** Définitions Définition d'une norme sur un espace vectoriel réel ou complexe de dimension finie ou non. Définition d'une partie bornée. Exemple des normes usuelles N_1, N_2 et N_∞ sur $\mathbf{K}^n$ et sur $C([a,b],\mathbf{K})$. Définition de la distance associée à une norme et des boules. Définition de l'équivalence de deux normes. Sur un espace vectoriel réel ou complexe de dimension finie toutes les normes sont équivalentes. Définition d'une suite, d'une suite convergente et d'une suite divergente. Espace vectoriel des suites convergentes et opérations algébriques sur les limites. Définition d'une partie ouverte non vide (réunion de boules ouvertes). Définition d'un point intérieur à une partie et de l'intérieur d'une partie. Définition d'une partie fermée : son complémentaire est une partie ouverte. Continuité d'une application $f \in F(A,E)$ en un point $a \in A$ et espace vectoriel $C(A,E)$.	La définition générale d'un espace topologique ou d'un espace métrique est hors programme. Les candidats doivent connaître les définitions usuelles suivantes relatives aux espaces normés, aucune autre définition topologique n'est exigible. La démonstration de l'équivalence des normes en dimension finie n'est pas exigible des candidats. La notion de norme subordonnée sur un espace d'applications linéaires n'est pas au programme. La notion de partie compacte n'est pas au programme. La notion d'espace de Banach n'est pas au programme. La caractérisation de la continuité par image réciproque des ouverts ou des fermés n'est pas au programme du concours.
2- Espaces Euclidiens, Géométrie Euclidienne a) Espaces préhilbertiens réels Produit scalaire sur un R-espace vectoriel, espace préhilbertien réel, norme, Cauchy-Schwarz. Orthogonalité, orthogonal d'un sous-espace vectoriel, familles orthogonales, familles orthonormales, Pythagore pour une famille orthogonale finie, sous-espaces vectoriels supplémentaires orthogonaux. b) Espaces Euclidiens Bases orthonormales, expression dans ces bases des coordonnées d'un vecteur, du produit scalaire de 2 vecteurs. Projections orthogonales, supplémentaire orthogonal d'un sous-espace vectoriel, projection sur un sous-espace vectoriel muni d'une base orthonormale, inégalité de Bessel. c) Endomorphismes symétriques, orthogonaux (dans des espaces euclidiens) Groupe orthogonal, symétries orthogonales, réflexions, matrices orthogonales. d) Réduction des endomorphismes symétriques Diagonalisation d'une matrice symétrique au moyen d'une matrice orthogonale.	
3- Dérivation et intégration des fonctions définies sur un intervalle I de R et à valeurs dans $\mathbf{K}^n$ Calcul différentiel Définition de la dérivée en un point, de la dérivée à droite et à gauche. Caractérisation de la dérivabilité par la dérivabilité des fonctions coordonnées. Espace vectoriel $C^p(I,\mathbf{K}^n)$ et algèbre $C^p(I, \mathbf{K})$. Inégalité des accroissements finis pour une fonction $f \in C^1(I,\mathbf{K}^n)$. Formule de Taylor-Young pour une application de classe $C^p(I,\mathbf{K}^n)$ et existence du développement limité à l'ordre p d'une application de classe C^p.	Toutes les applications dont il est question ici sont définies sur un intervalle I de $\mathbf{R}$ et à valeurs dans l'espace vectoriel $\mathbf{K}^n$ avec $\mathbf{K}$=$\mathbf{R}$ ou $\mathbf{K}$=$\mathbf{C}$.

Calcul intégral Définition de l'intégrale d'une fonction continue par morceaux $f : [a,b] \to \mathbf{K}^n$: $\int_a^b f(t)dt = \left(\int_a^b f_1(t)dt, \dots, \int_a^b f_n(t)dt\right)$, où les f_i sont les fonctions coordonnées. Linéarité de l'intégrale et relation de Chasles, inégalité : $\left\lVert \int_a^b f(t)dt \right\rVert \leq \int_a^b \lVert f(t) \rVert \, dt$ et inégalité de la moyenne. Changement de variable. Formule de Taylor-Lagrange à l'ordre p avec reste intégral pour une application de classe C^{p+1}.	
4 - Suites et séries de fonctions définies sur un intervalle à valeurs dans K Théorème d'intégration : si (f_n) est une suite de fonctions de classe $C^0([a,b], \mathbf{K})$ qui converge normalement sur $[a,b]$, alors : $\lim \int_a^b f_n(t)dt = \int_a^b \lim f_n(t)dt$ Théorème de dérivation : si (f_n) est une suite de fonctions de classe $C^1([a,b], \mathbf{K})$ qui converge simplement en un point $x \in [a,b]$ et qui est telle que la suite (f'_n) converge normalement sur $[a,b]$ vers une fonction g, alors (f_n) admet une limite uniforme f sur $[a,b]$, f est de classe $C^1([a,b], \mathbf{K})$ et $f'=g$. Extension aux suites de fonctions de classe C^p ($p \geq 1$). Convergence simple et convergence normale d'une série de fonctions définies sur un intervalle. Utilisation d'une série majorante pour la convergence normale. Intégration terme à terme de séries de fonctions continues normalement convergentes. Dérivation terme à terme de séries de fonctions C^1 normalement convergentes.	Toutes les applications dont il est question ici sont définies sur un intervalle I de **R** et à valeurs dans l'espace vectoriel **K** avec **K**=**R** ou **K**=**C**.
Définition de la convergence uniforme d'une série de fonctions, $\sum f_n$, définies sur I. Critère de Cauchy de convergence uniforme. Définition de la convergence normale d'une série de fonctions bornées sur I. Toute série normalement convergente sur I, est uniformément convergente sur I. Utilisation d'une série majorante pour établir la convergence normale. Théorèmes de dérivation et d'intégration terme à terme pour les séries de fonctions de $C^1([a,b], \mathbf{K})$ et $C^0([a,b], \mathbf{K})$ respectivement.	
5 - Intégrales dépendant d'un paramètre Théorème de continuité : Soit $f \in C^0(I \times [a,b], \mathbf{K})$. Alors la fonction : $x \in I \mapsto \int_a^b f(x,t)dt$ est continue sur I. Théorème de dérivation : Soit $f \in C^0(I \times [a,b], \mathbf{K})$ telle que $\frac{\partial f}{\partial x} \in C^0(I \times [a,b], \mathbf{K})$. Alors la fonction : g : $x \in I \mapsto \int_a^b f(x,t)dt$ est dans $C^1(I, \mathbf{K})$ et : $g'(x) = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial x}(x,t)dt$ Théorème de Fubini : $f \in C^0(I \times [a,b], \mathbf{K})$. Alors pour tout $[c,d] \subset I$: $\int_c^d \int_a^b f(x,t)dt = \int_a^b \int_c^d f(x,t)dt$	Seuls les trois théorèmes suivants sont au programme, leurs démonstrations ne sont pas exigibles des candidats. I est un intervalle de **R** et **K**=**R** ou **K**=**C**.
6 - Intégrales généralisées dépendant d'un paramètre Extension de la notion de fonction continue absolument intégrable au cas des fonctions à valeurs complexes. Théorème de continuité : Soit $f \in C^0(I \times J, \mathbf{K})$. S'il existe $\varphi \in C^0(J, \mathbf{R})$ absolument intégrable sur J telle que : $\forall (x, t) \in I \times J$: $\lvert f(x,t) \rvert \leq \lvert \varphi(t) \rvert$, alors la fonction : $x \in I \mapsto \int_J f(x, t)dt$ est dans $C^0(I, \mathbf{K})$ Théorème de dérivation : Soit $f \in C^0(I \times J, \mathbf{K})$ telle que $\frac{\partial f}{\partial x} \in C^0(I \times J, \mathbf{K})$.	Seuls les deux théorèmes suivants sont au programme, leurs démonstrations ne sont pas exigibles des candidats. I et J sont deux intervalles de **R** et **K**=**R** ou **K**=**C**

Si f et $\frac{\partial f}{\partial x}$ vérifient toutes deux l'hypothèse du théorème précédent, alors la fonction $g : x \in I \mapsto \int_J f(x, t)dt$ est dans $C^1(I, \mathbf{K})$ et : $g'(x) = \int_J \frac{\partial f}{\partial x}(x, t)dt$.	
7 - Compléments sur les séries entières Définition d'une série entière $\sum a_n z^n$ de la variable complexe z associée à la suite de nombres complexes a_n. Définition du rayon de convergence R. Pour $R > 0$: la série est absolument convergente sur la boule ouverte B(0,R) de centre 0 et de rayon R, normalement convergente sur toute partie fermée bornée de B(0,R) et sa somme est continue sur B(0,R). Somme de deux séries entières de rayons strictement positifs. Relation $\exp(z) = \sum z^n/n!$. Développement en série entière des fonctions usuelles de la variable complexe : sin, cos, sinh, cosh et $z \mapsto 1/(1+z)^n$ (n entier) et rayons de convergence.	
8 - Séries de Fourier Espace $C_{2\pi}$ des fonctions à valeurs complexes, définies et continues sur **R**, périodiques de période 2π. Produit scalaire $(f,g) \in C_{2\pi} \mapsto \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \bar{f}g$ et norme quadratique moyenne. La famille $e_n : t \mapsto \exp(int)$ est orthonormale dans $C_{2\pi}$. Définition des coefficients de Fourier, $C_n = (f,e_n)$ d'une fonction $f \in C_{2\pi}$. Cas d'une fonction paire ou impaire. Définition de la série de Fourier de $f \in C_{2\pi}$. La somme partielle $S_n(f)$ est la projection orthogonale de f sur $Vect(e_{-n},\dots,e_n)$. Relation de Pythagore : $\forall P \in Vect(e_{-n},\dots,e_n) : (\\|P-f\\|_2)^2 = (\\|P - S_n(f)\\|_2)^2 + (\\|S_n(f) - f\\|_2)^2$ et inégalité de Bessel. Extension au cas des fonctions continues par morceaux.	
Seuls les deux théorèmes de convergence suivants sont au programme. Leurs démonstrations ne sont pas exigibles des candidats. Convergence ponctuelle, Théorème de Dirichlet : Si f est une fonction de période 2π et de classe C^1 par morceaux, alors, en tout point $x \in$ **R**, sa série de Fourier converge vers $(f(x^+)+f(x^-))/2$. Convergence en moyenne quadratique, Théorème de Parseval : Si f est une fonction de période 2π, continue par morceaux, alors sa série de Fourier converge en moyenne quadratique vers f. On a : $(\\|f\\|_2)^2 = \sum \lvert c_n \rvert^2$.	
9 -Compléments sur les fonctions de plusieurs variables réelles Calcul différentiel Définition d'une dérivée partielle. Définition d'une application de classe C^1 sur un ouvert et espace vectoriel $C^1(\Omega,\mathbf{R}^p)$. Théorème fondamental : une application de classe C^1 sur Ω admet en tout point une différentielle (la démonstration n'est pas exigible des candidats). Matrice jacobienne. Définition d'une application de classe C^k et théorème de Schwarz (admis). Dans le cas où $n=p$: définition du jacobien, de la divergence et du rotationnel ($n = p = 3$). Dans le cas où $p=1$: définition du gradient et des points critiques d'une application de $C^1(\Omega,\mathbf{R})$, condition nécessaire d'existence d'un extremum local. Définition d'un changement de variables : C^1-difféomorphisme entre deux ouverts de $\mathbf{R}^n$. Théorème fondamental (admis) : une injection de classe C^1, $\varphi : \Omega \subset \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$, est un C^1-difféomorphisme de Ω si et seulement si son jacobien est non nul sur Ω. Exemples et pratique de changement de variables dans **R**, $\mathbf{R}^2$, et $\mathbf{R}^3$ (polaires, cylindriques, sphériques en particulier).	On considère des fonctions définies sur un ouvert Ω de $\mathbf{R}^n$ à valeurs $\mathbf{R}^p$ dans ($p \geq 1$).